**Типы задач на проценты и способы их решения в заданиях ОГЭ**

*Семенов Юрий Николаевич, учитель математики высшей категории*

*лицей пгт. Красная Поляна Кировской области*

**(9,11 классы УМК любой)**

В 9 классе в заданиях 1-5 и 21 часто встречаются задачи на проценты. Необходимо учащимися 9 класса повторить тему : «Типы задач на проценты и способы их решения». Данный материал можно использовать на уроках алгебры в 9 классе, с целью повторения и обобщения  изученного материала. Задачей итогового повторения является обобщение и систематизация знаний, ликвидация возможных пробелов, устранение нежелательных отклонений и изменений в знаниях учащихся. При этом нельзя сводить повторение лишь к припоминанию фактов, изученных в данном классе, главное – связать все имеющиеся у учащихся знания в систему, помочь им выйти на новый, более серьезный уровень понимания.

Большое практическое значение имеет умение учащимися решать задачи на проценты. Понятие процента широко используется как в реальной жизни, так и в различных областях науки. В школьном курсе математики тема «Проценты» начинает изучаться в 5-6 классах, но так как данной теме отводится достаточно мало времени на уроках, учащиеся не умеют решать задачи на проценты. Многие учащиеся испытывают трудности, когда встречаются с понятием процента. Так, они не владеют вопросами, связанными с инфляцией, ценообразованием, банковскими вкладами и кредитами. Поэтому к данной теме необходимо обращаться постоянно, учитывая, что проценты тесно связаны с повседневной жизнью и с ними постоянно приходится сталкиваться. Сами видите, решать задачи на проценты не так уж сложно. Если усвоить основные правила и подключить воображение, ученики смогут щелкать такие задачки как орешки.  
 Многие задания можно предложить ученикам во время устного счета, чтобы в повседневной жизни дети умели считать быстро.

Рассмотрим различные типы задач и упражнений на закрепление по данной теме.

**Типы задач на проценты и способы их решения**

**Решение задач на проценты сводится к основным трем действиям с процентами:**

**1. Нахождение процентов от числа;**

**2. Нахождение числа по его процентам;**

**3. Нахождение процентного отношения чисел.**

**4. Увеличение числа на процент.**

**5. Уменьшение числа на процент.**

**6. Задачи на простые проценты.**

**7. Задачи на сложные проценты.**

**1. Нахождение процентов от числа**

**Правило. *Чтобы найти процент от числа, нужно проценты записать десятичной дробью, а затем число умножить на эту десятичную* дробь.**

**Пример**. Найти: 25% от 120.

**Решение:**  
1) 25% = 0,25;  
2) 120 . 0,25 = 30.

**Ответ:** 30.

**2. Нахождение числа по его процентам**

**Правило *Чтобы найти число по его процентам, нужно проценты записать десятичной дробью, а затем разделить это число на десятичную дробь.***

**Пример.**  Найти число, если 15% его равны 30.  
**Решение:**  
1) 15% = 0,15;  
2) 30 : 0,15 = 200.  
или:   х - данное число;    0,15.х = 300;     х = 200.  
**Ответ:** 200.

**3. Нахождение процентного отношения чисел.**

**Правило *Чтобы найти процентное отношение двух чисел А и В, надо  отношение этих чисел умножить на 100%, то есть вычислить (а/в)\*100%.***

***Пример. Бронза является сплавом олова и меди. Сколько процентов сплава составляет медь в куске бронзы, состоящем из 6 кг олова и 34 кг меди?***

Решение:

6+ 34 =40 (кг) – масса всего сплава.

34 : 40 = 0,85 = 85 (%) – сплава составляет медь.

Ответ: 85%.

**4. Увеличение числа на процент.**

**Способ решения:** нужно к данному числу прибавить это же число делённое на сто и умноженное на количество процентов, на которое должно увеличиться число.

Задача.  Фабрика в 1 квартале отправила на розничную торговлю 200 пар обуви, а во втором квартале на 15 % больше . Сколько пар обуви отправлено на розничную торговлю во втором квартале?

200·= 230

Ответ: 230 пар

**5. Уменьшение числа на процент.**

**Способ решения:**нужно из данного числа вычесть это же число, делённое на сто и умноженное на количество процентов, на которое должно уменьшиться число.

Задача.  Фабрика в 1 квартале отправила на розничную торговлю 200 пар обуви, а во втором квартале на 15 % меньше . Сколько пар обуви отправлено на розничную торговлю во втором квартале?

200·= 170

Ответ: 170 пар

**6. Задачи на простые проценты.**

**Способ решения:** формула для расчета простых процентов:

S=a·( 1+y·)

**a** – исходная сумма (вкладываемая)

х -процентная ставка

у- количество периодов

S-итоговая сумма.

Задача. Родители взяли в банке кредит 40000 рублей сроком на год под 14% ежемесячно. Сколько денег они заплатят банку через год?

Решение. Простые проценты называются так, потому что они начисляются многократно, но всякий раз к исходной сумме. Если обозначить исходную сумму как **а**, сумму, которая наращивается, как **S**, процентную ставку как **х**% и количество периодов начисления процента как **у**, то формулу можно записать так: **S = а \* (1 + у \* х/100)**. Теперь подставим сюда цифры из условия задачи и узнаем, сколько денег родители заплатят банку:

**S** = 40000 · (1 + 12 · 0,14) = 107200.

**7. Задачи на сложные проценты**

**Способ решения**: формула для начисления сложного процента

**S = а \* (1 + х/100)у**.

**S-** итоговая сумма

**а**- начальная сумма (исходная)

**у-** количество периодов

**х-** процентная ставка

Задача. На этот раз сумма кредита 50000 рублей, взятых под те же 14% сроком на 3 месяца. Снова надо узнать, сколько денег придется заплатить банку по истечении срока кредита.

Решение. Сложные проценты отличаются от простых тем, что процент много раз начисляется не к исходной сумме, а к сумме с уже начисленными раньше процентами. Пускай снова **S**– наращиваемая сумма, **а** – исходная, **х**% - процентная ставка, **у** – количество периодов начисления процента. В этом случае формула принимает вид: **S = а \* (1 + х/100)у**. Подставляем цифры из условия: **S**= 50000 ·(1 +)3 = 50000·2,744=137200– искомая сумма.

Ответ: 137200 руб

Рассмотрим серию задач из открытого банка заданий ФИПИ по математике для подготовки к ОГЭ. Эти задачи идут на итоговой аттестации под номером 21.

**Задача 1.**Свежие фрукты содержат 78% воды, а высушенные — 22%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 22 кг высушенных фруктов?

**Решение.** Высушенные фрукты содержат 22% воды, остальные 78% - «сухие» вещества, из которых состоят фрукты. Найдем количество «сухих» веществ в высушенных фруктах

22 кг  -  100%

*х* кг   -   78%. Отсюда *х* = 22\*78/100 = 17,16 кг.

Но в свежих фруктах содержалось такое же количество «сухих» веществ (испаряется только вода), получаем

17,16 кг   -  22%

*х* кг         -  100%. Отсюда *х* = 17,16\*100/22= 78 кг.

**Ответ** 78.

**Задача 2.**Свежие фрукты содержат 88% воды, а высушенные — 30%. Сколько сухих фруктов получится из 420 кг свежих фруктов?

**Решение.** Здесь известно количество свежих фруктов. Свежие фрукты содержат 88% воды, остальные 12% - «сухие» вещества, из которых состоят фрукты. Найдем количество «сухих» веществ в свежих фруктах

420 кг  -  100%

*х* кг   -   12%. Отсюда *х* = 420\*12/100 = 50,4 кг.

Но в высушенных фруктах содержится такое же количество «сухих» веществ (испаряется только вода), получаем

50,4 кг   -  70%

*х* кг         -  100%. Отсюда *х* = 50,4\*100/70= 72 кг.

**Ответ** 72.

**Задачи для самостоятельного решения**

1.      Свежие фрукты содержат 79% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 72 кг высушенных фруктов?

2.      Свежие фрукты содержат 95% воды, а высушенные — 22%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 55 кг высушенных фруктов?

3.      Свежие фрукты содержат 88% воды, а высушенные — 30%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 6 кг высушенных фруктов?

4.      Свежие фрукты содержат 84% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 44 кг высушенных фруктов?

5.      Свежие фрукты содержат 86% воды, а высушенные — 30%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 94 кг высушенных фруктов?

6.      Свежие фрукты содержат 72% воды, а высушенные — 26%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 84 кг высушенных фруктов?

7.      Свежие фрукты содержат 84% воды, а высушенные — 17%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 16 кг высушенных фруктов?

8.      Свежие фрукты содержат 86% воды, а высушенные — 23%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 72 кг высушенных фруктов?

9.      Свежие фрукты содержат 89% воды, а высушенные — 23%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 84 кг высушенных фруктов?

10.  Свежие фрукты содержат 81% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 95 кг высушенных фруктов?

11.  Свежие фрукты содержат 91% воды, а высушенные — 19%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 84 кг высушенных фруктов?

12.  Свежие фрукты содержат 85% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 75 кг высушенных фруктов?

13.  Свежие фрукты содержат 90% воды, а высушенные — 24%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 90 кг высушенных фруктов?

14.  Свежие фрукты содержат 86% воды, а высушенные — 23%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 62 кг высушенных фруктов?

15.  Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные — 28%. Сколько сухих фруктов получится из 288 кг свежих фруктов?

16.  Свежие фрукты содержат 75% воды, а высушенные — 25%. Сколько сухих фруктов получится из 135 кг свежих фруктов?

17.  Свежие фрукты содержат 89% воды, а высушенные — 23%. Сколько сухих фруктов получится из 161 кг свежих фруктов?

18.  Свежие фрукты содержат 93% воды, а высушенные — 16%. Сколько сухих фруктов получится из 252 кг свежих фруктов?

19.  Свежие фрукты содержат 86% воды, а высушенные — 30%. Сколько сухих фруктов получится из 470 кг свежих фруктов?

20.  Свежие фрукты содержат 84% воды, а высушенные — 17%. Сколько сухих фруктов получится из 83 кг свежих фруктов?

21.  Свежие фрукты содержат 72% воды, а высушенные — 26%. Сколько сухих фруктов получится из 222 кг свежих фруктов?

22.  Свежие фрукты содержат 86% воды, а высушенные — 23%. Сколько сухих фруктов получится из 396 кг свежих фруктов?

23.  Свежие фрукты содержат 89% воды, а высушенные — 23%. Сколько сухих фруктов получится из 588 кг свежих фруктов?

24.  Свежие фрукты содержат 81% воды, а высушенные — 16%. Сколько сухих фруктов получится из 420 кг свежих фруктов?

25.  Свежие фрукты содержат 91% воды, а высушенные — 19%. Сколько сухих фруктов получится из 756 кг свежих фруктов?

**Рассмотрим задачи на концентрацию**

№**1При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 40%, и второго раствора этой же соли, концентрация которого 48%, получился раствор с концентрацией 42%. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?**

**РЕШЕНИЕ:**  
1 раствор х л воды 40% = 0,4х кислоты  
2 раствор у л воды 48% = 0,48у кислоты  
  
1+2 раствор (х+у) л воды 0,4х+0,48у кислоты или 42%=0,42(х+у)  
  
0,4х + 0,48у = 0,42(х+у)  
0,4х + 0,48у = 0,42х + 0,42у  
0,48у - 0,42у = 0,42х - 0,4х  
0,06у = 0,02х  
6у = 2х  
3у = 1х  
у = 1 (2 раствор)  
х = 3 (1 раствор)  
  
**Ответ: отношение 3:1**

№2 **При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 30%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 45% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?**

**РЕШЕНИЕ:**  
1 раствор х л воды 30% = 0,3х кислоты  
2 раствор у л воды 50% = 0,5у кислоты  
  
1+2 раствор (х+у) л воды 0,3х+0,5у кислоты или 45%=0,45(х+у)  
  
0,3х + 0,5у = 0,45(х+у)  
0,3х + 0,5у = 0,45х + 0,45у  
0,5у - 0,45у = 0,45х - 0,3х  
0,05у = 0,15х  
5у = 15х  
у = 3х  
у = 3 (2 раствор)  
х = 1 (1 раствор)  
  
**Ответ: отношение 1:3**

**Задачи на смеси и сплавы с помощью таблиц.**

• Изобразим каждый сплав в виде прямоугольника, разбитого на два фрагмента (по числу составляющих элементов). На модели отобразим характер операции: сплавление – знак «+», после двух прямоугольников поставим знак «=», показывая, что третий сплав получен в результате сплавления первых двух.

• Заполняем получившиеся прямоугольники в соответствие с условием задачи:

• Указываем компоненты сплава, сохраняя порядок соответствующих букв.

• Вписываем процентное содержание соответствующего компонента. Процентное содержание второго компонента равно разности 100% и процентного содержания первого.

• Перед прямоугольником записываем массу (или объём) соответствующего сплава (или компонента).

**№1**

**Сплавили 2кг цинка и меди, содержащегося 20% цинка и 6 кг сплава цинка и меди, содержащего 40% цинка. Найдите процентную концентрацию меди в получившемся сплаве.**

**Решение :**

1. Представим данный процесс в виде следующей схемы:

2кг +6кг = 8кг

2) Пусть процентная концентрация меди в получившемся сплаве х. Найдем процентное содержание второго компонента . Дополним схему этими выражениями

2кг + 6кг = 8кг

3) По меди известны все компоненты , можно составить уравнение:

2·0,8+6·0,6= 0,08х 1,6+3,6=0,08х 0,08х=5,2 х=5,2:0,08 х=65

**Ответ 65**

№2

**Смешали 300г 60% -ного раствора серной кислоты и 200г 80%-ного раствора серной кислоты. Сколько процентов серной кислоты в получившемся растворе?**

**Решение:**

1. Пусть х% серной кислоты в получившемся растворе. Составим схему
2. 300г + 200г = 500г
3. Составим уравнение 300·0,6 +200·0,8=500·0,01х

180+160=5х 5х=340 х=68%

**Ответ: 68%**

**№3.**

**При смешивании первого раствора кислоты , концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получили раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?**

**Решение:**

1. х- масса первого раствора, у- масса второго раствора , а (х+у)-масса получившегося раствора

х + у = (х+у)

1. Составим уравнение 0,2х+0,5у=0,3х+0,3у 0,1х=0,2 ==2

**Ответ: 2**

**№4**

**Имеется два сплава с разным содержанием меди: в 1-м содержится 70%, а во втором - 40% меди. В каком соотношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав , содержащий 50% меди?**

**Решение:**

1. Пусть х- масса первого сплава,а у- масса второго сплава, (х+у)- масса искомого сплава х + у = (х+у)
2. Составим уравнение 0.7х+ 0,4 у= (х+у) ·05 0.2 х= 0.1у = =0,5

**Ответ :0,5**

**№5**

**Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять металла второго из этих сортов , чтобы получить 140 т стали с содержанием 35% никеля?**

**Решение :**

1. Пусть х т. – металла второго сорта, тогда (140-х) т – металла первого сорта (140-х)т + х т. = 140 т
2. Составим уравнение 0,05·(140-х) + 0,4 х= 140· 0,3

7 -0,05х+0,4х = 42 0,35 х= 35 х= 100

**Ответ: 100**

**№6**

**Кусок сплава меди и цинка массой в 36 кг содержит 45% меди. Какую массу меди добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60% меди?**

**Решение:**

1. Пусть хкг меди нужно добавить , а масса нового сплава (36+х) кг

36кг+ х кг =(36+х)

1. Составим уравнение 36·0,45 + х = 0,6·(36+х) 16.2+х= 21,6+0,6х

х=13,5

**Ответ: 13,5 кг**

**№7**

**Смешали 30%-ный раствор соляной кислоты с 10%-ным и получили 600г 15%-ного раствора. Сколько граммов первого раствора было взято?**

**Решение:**

1. Пусть х кг – первый раствор, тогда (600-х) г- второй раствор

х г. +(600-х) г.= 600 г

1. Составим уравнение 0,3х +(600-х) ) ·0,1= 0,15·600

0,3х+60-0,1х= 90 х= 150

**Ответ: 150 г**

**№8**

**В 1кг сплава меди и олова содержится 45% олова. Сколько граммов меди надо добавить к этому сплаву, чтобы прцентное содержание олова в новом сплаве стало равным 15%?**

**Решение:**

1. Пусть х г. меди надо добавить , тогда (1000+х) – масса нового сплава

1000г +х г = (1000+х)г

1. Составим уравнение по меди 0,55 ·1000 +х= (1000+х)·0,85

550+х=850+0,85х 0,15х=300 х=200 часть

**Ответ: 200 г**

**№9**

**Бронза является сплавом меди и олова ( в разных пропорциях). Кусок бронзы, содержащий часть олова, сплавляется с другим куском, содержащим часть олова. Полученный сплав содержит часть олова. Найдите вес второго куска, если вес первого равен 84 кг.**

**Решение:**

1. Пусть х кг-вес второго куска, (84+х) г. вес второго

84кг +х кг = (84+х) кг

1. Составим уравнение 84· + 7+х= /·110

770+11х= 840+10 х х=70

**Ответ.70 кг**

**№10**

**У ювелира два одинаковых по массе слитка, в одном из которых 36% золота, а в другом 64% . Сколько процентов золота содержится в сплаве, полученном из этих слитков?**

**Решение:**

1. Пусть х масса слитка, а у% -золота в полученном сплаве

х +х =2х

1. Составим уравнение 0,36 х+0,64 х = 0,02ху х=0,02ху у=50

**Ответ: 50%**

**№11**

**К некоторому количеству сплава меди с цинком, в котором эти металлы находятся в отношении 2:3, добавили 4 кг чистой меди. В результате получили новый сплав , в котором медь и цинк относятся как 2:1. Сколько кг. нового сплава получилось?**

**Решение:**

Сделаем некоторые уточнения. В первом сплаве всего 5 частей , а медь составляет . Во втором всего 2+1=3 части и медь составляет .

Пусть х кг – полученный сплав, (х-4) кг – начальный сплав. Составим схему

(х-4) кг +4 кг = х кг

Можно составить уравнение относительно меди (х-4)+4=х

Решив его , получаем искомое значение **х=9**

*Замечание . Можно составить уравнение* относительно цинка. В первом сплаве цинк составляет , в новом сплаве цинк составляет

(х-4)кг +4 кг =х кг

Можно составить уравнение (х-4)+4= х х=9

**Ответ: х=9 кг**

Той же кислоты

**№12**

**Смешав 40% и 15 % растворы кислоты, добавили 3 кг чистой воды и получили 20 % раствор кислоты . Если вместо 3 кг воды добавили 3 кг 80 % раствора той же кислоты, то получили бы 50% -ый раствор кислоты. Сколько килограммов 40%-го и 15% растворов кислоты было смешано?**

**Решение:**

1)Пусть х кг - 40% кислота, у кг -15% кислота . Составим схему

хкг + у кг +3 кг = (х+у+3)

Составим уравнение по кислоте

0,4х+0,15 у=0,2(х+у+3)

2). Составим 2 схему при добавлении 3 кг 80% раствора

хкг + у кг+ 3кг = (х+у+3)

0.4х +0,15 у+3·0,8=0,5 (х+у+3)

Получим систему уравнений

Решаем систему уравнений.

**Ответ: 3,4 кг 40% кислоты, 1,6 кг 15% кислоты**

**№13**

**Для консервирования 10 кг баклажан необходимо 0,5 л уксуса (9% раствор уксусной кислоты). У хозяйки имеется уксусная эссенция (90% раствор уксусной кислоты), из которых она готовит уксус, добавляя в нее воду. Сколько миллилитров уксусной эссенции понадобится хозяйке для консервирования 20 кг баклажан?**

**Решение:**

1. Для 10 кг требуется 0,5 л уксуса, то для 20 кг потребуется 1л =1000 мл. столового уксуса. Для получения его из **х** *мл***. уксусной** эссенции (90% уксусная кислота) необходимо добавить воду. Получим следующую схему х мл + (1000-х) мл= 1000 мл
2. Составим уравнение, подсчитав количество уксусной кислоты справа от него 0,9 х= 1000·0,09 0.9х= 90 х= 100
3. Получим, для приготовления 1000 мл маринада понадобится 100 мл уксусной эссенции ( 90% уксусной кислоты)

**Ответ: 100 мл.**

**№14**

**Свежие абрикосы содержат 80 % воды по массе, а курага (сухие абрикосы) – 12% воды. Сколько понадобится килограммов свежих абрикосов, чтобы получить 10 кг.кураги**

**Решение:**

1. При высыхании абрикос испаряется вода, количество сухого вещества не меняется. 100%-80% =20 % - сухое вещество содержится в абрикосах. Если в кураге 12% воды, 100%-12%=88% - сухое вещество в сухом абрикосе. Составим схему

х кг (х-10) кг = 10 кг

1. Составим уравнение относительно сухого вещества. Подсчитаем количество сухого вещества в левой и правой части

0,2х= 10· 0,88

0,2х= 8,8 х= 44

**Ответ:44 кг**

Используемая литература

Учебники Алгебра8-9 кл Под редакцией С.А. Теляковского М, «Просвещение»

Математика 3000 задач. И.В . Ященко .Издательство «Экзамен»

Сайт ФИПИ

Сайт решу ОГЭ математика [https://math-oge.sdamgia.ru/]

https://blog.tutoronline.ru/legko-i-prosto-reshaem-zadachi-na-procenty